

Artículo de Divulgación C. y Tecnológica

MODELO MATEMATICO PARA EL DRENADO DE UN TANQUE ATMOSFERICO

Por Ing. José Cruz Toledo Matus

RESUMEN

Se describen los fundamentos hidrostáticos básicos para el drenado de un tanque y que sirvan para: a) El desarrollo de un programa de cómputo que obtenga el perfil teórico de la altura o nivel del líquido contra el tiempo de vaciado y b) Desarrollar esquemáticamente el algoritmo detallado del programa realizado y proporcionar el listado del mismo.

INTRODUCCION

El vaciado de tanques con descarga lateral o en el fondo ha sido estudiado ampliamente y se han publicado modelos que representan la influencia de variaciones en el diámetro y forma del orificio en el flujo volumétrico. En este artículo, por medio de la aplicación de los principios de conservación de masa y momentum se formulará un modelo matemático que describe el vaciado de un tanque al que no se le repone agua, para ser validado experimentalmente.

TEORIA

Para el diagrama siguiente, consideremos un sistema isotérmico con un fluido newtoniano, incomprensible, con densidad, viscosidad y composición constantes.

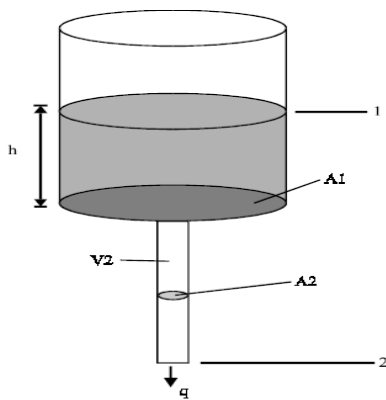


Figura 1.

Aplicando el principio de conservación de masa en el sistema de la figura 1 se tiene:

$$m_1 - m_2 = \frac{\partial m}{\partial t} \quad \dots (1)$$

Donde:

m_1 = flujo másico del líquido que entra al tanque

m_2 = flujo másico del líquido que sale del tanque

m = masa del líquido acumulada en el tanque

t = tiempo

Sabemos que $m_1=0$ y que:

$$m = hA_1\rho \quad \dots (2)$$

$$m_2 = q\rho \quad \dots (3)$$

donde:

A = Area transversal de flujo

h = Altura del líquido en el tanque

q = Flujo volumétrico

ρ = Densidad del fluido

sustituyendo las ecuaciones (2) y (3) en la ecuación (1) tenemos:

$$-q\rho = \frac{d(hA_1\rho)}{dt} \quad \dots (4)$$

Si tomamos A y ρ como constantes y simplificamos, la ecuación (4) se reduce a:

$$-\frac{q}{A_1} = \frac{dh}{dt} \quad \dots (5)$$

Sabemos que $q = v_2 A_2$, por lo tanto, si sustituimos q en (5) nos queda:

$$-v_2 \frac{A_2}{A_1} = \frac{dh}{dt} \quad \dots (6)$$

Planteando un balance de energía mecánica entre el punto 1 y 2 del sistema de la figura 1 obtenemos:

$$z_1 \frac{\rho_1}{\rho_1} + \frac{P_1}{\rho_1} + \frac{v_1^2}{2g_c} = z_2 \frac{\rho_2}{\rho_2} + \frac{P_2}{\rho_2} + \frac{v_2^2}{2g_c} + \sum_{\text{punto 1}}^{\text{punto 2}} \frac{f_D v^2 L}{2g_c D} \quad \dots (7)$$

Desarrollando el último término de la ecuación (7) tenemos:

$$\sum_{\text{punto 1}}^{\text{punto 2}} \frac{f_D v^2 L}{2g_c D} = \frac{f_D v_1^2 L}{2g_c D_1} + \frac{f_D v_2^2 L}{2g_c D_2} \quad \dots (8)$$

El factor de fricción de Darcy (f_D) para flujos con un $Re > 3000$, está definido por la ecuación de Colebrook:

$$\frac{1}{\sqrt{f_D}} = \frac{-2}{2.3056} \ln \left(\frac{\epsilon}{3.7D} + \frac{2.51}{Re \sqrt{f_D}} \right) \quad \dots (9)$$

donde:

ϵ = Rugosidad del material

Sustituyendo la ecuación (8) en la ecuación (7) y haciendo las suposiciones pertinentes para simplificarla, se llega a:

$$z_1 g = \frac{v_2^2}{2} + \frac{f_D v_2^2 L}{2D_2} \quad \dots (10)$$

Rearreglando:

$$z_1 g = \frac{v_2^2}{2} \left[1 + \frac{f_D L}{D_2} \right] \quad \dots (11)$$

Despejando la velocidad (v_2):

$$v_2 = \sqrt{\frac{2z_1 g}{1 + (f_D L/D_2)}} \quad \dots (12)$$

Sabemos que:

$$z_1 = h + L \quad \dots (13)$$

Por lo tanto:

$$v_2 = \sqrt{\frac{2g(h+L)}{1 + (f_D L/D_2)}} \quad \dots (14)$$

Sustituyendo la ecuación (14) en la ecuación (6) obtenemos:

$$\frac{dh}{dt} = -\frac{A_2}{A_1} \sqrt{\frac{2g(h+L)}{1 + (f_D L/D_2)}} \quad \dots (15)$$

EQUIPO

El equipo utilizado en la práctica consiste de un tanque cilíndrico al que se le pueden ajustar tubos de descarga de diferentes diámetros y longitudes (ver la figura 2).

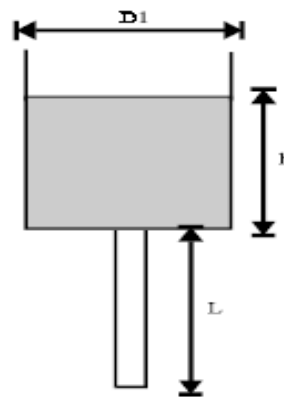


Figura 2.

Donde:

Tubo 1: long. = 32.0 cm, diámetro = 0.575 cm

Tubo 2: long. = 32.0 cm, diámetro = 0.355 cm

Tubo 3: long. = 60.5 cm, diámetro = 0.550 cm

Tubo 4: long. = 78.0 cm, diámetro = 0.595 cm

PROCEDIMIENTO

1. Colocar el primer tubo a la descarga del tanque
2. Llenar el recipiente con agua
3. Dejar que el líquido se descargue

4. Hacer las mediciones necesarias
5. Cambiar el tubo de descarga y repetir la operación con el resto de los tubos

BIBLIOGRAFIA

1. Bird, R.B., Stewart, W.E. y Lightfoot, E.N. Transport Phenomena. John Wiley & Sons. New York. 1960.
2. Rice, R.G. y Do, D.D. Applied Mathematics and Modeling for Chemical Engineers. John Wiley & Sons. New York. 1995.